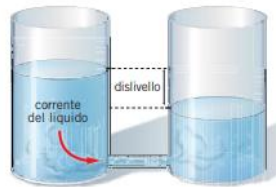


- La **corrente elettrica** è un moto ordinato di cariche elettriche. Esiste un'analogia tra il moto delle cariche elettriche e quello di un liquido. Per fare scorrere l'acqua in una condotta occorre che il liquido si trovi a livelli diversi, in modo che un volumetto d'acqua posto ai due livelli abbia una differenza di energia potenziale.



Allo stesso modo, per far muovere le cariche è necessaria una differenza di potenziale elettrico: le cariche positive seguono la «discesa di potenziale» mentre quelle negative la risalgono.

- La **differenza di potenziale elettrico** (d.d.p.) chiamata anche tensione elettrica, indica il differente livello di potenziale elettrico presente in punti diversi dello spazio (ad esempio agli estremi di una batteria), dovuta alla presenza di un campo elettrico: cariche elettriche poste in questi punti verranno messe in movimento, producendo corrente elettrica.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = - \frac{W_{A \rightarrow B}}{q}$$

La differenza di potenziale elettrico ΔV è il rapporto tra la differenza di energia potenziale elettrica $\Delta U = U_B - U_A$ tra i due punti A e B e la carica di prova q .

$W_{A \rightarrow B}$ è il lavoro fatto dalla forza elettrica sulla carica q durante il suo spostamento da A a B.

Nel S.I. l'unità di misura della differenza di potenziale è il **volt (V)**, in onore dello scienziato italiano Alessandro Volta che inventò la pila, il primo metodo pratico per mantenere una corrente elettrica costante.

$$1 \text{ V} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ C}}$$

- L'**intensità di corrente elettrica (i)** è il rapporto tra la quantità di carica che attraversa una sezione del conduttore e l'intervallo di tempo impiegato:

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

i = intensità di corrente elettrica (A)

ΔQ = carica elettrica (C)

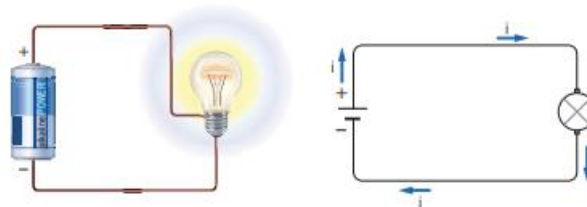
Δt = intervallo di tempo (s)

Nel Sistema Internazionale l'intensità di corrente elettrica si misura in coulomb fratto secondi (C/s). In onore del fisico francese André Marie Ampère (1775-1836), a questa unità di misura è stato dato il nome di **ampere** (simbolo A). Una corrente di 1 A trasporta 1 C di carica in 1 s. L'intensità di corrente si misura con l'ampèrometro. L'intensità di corrente è una grandezza unitaria che misura la quantità di carica che attraversa una sezione S del conduttore in un secondo.

- La **corrente** è **continua** quando la sua intensità non cambia nel tempo. E' indicata con il simbolo «DC» (dall'inglese direct current). Nel caso di corrente continua, la carica che attraversa una sezione di filo e il tempo trascorso sono direttamente proporzionali.
- La **corrente** è **alternata** quando inverte periodicamente il suo verso e cambia la sua intensità in modo periodico. E' indicata con il simbolo «AC» (dall'inglese alternating current).
- Un **circuito elettrico** è un insieme di conduttori connessi in modo continuo e collegati a un generatore.
 - Se la catena dei conduttori non è interrotta, il **circuito** si dice **chiuso** e in esso fluisce una corrente elettrica.
 - Se è interrotta, il **circuito** si dice **aperto** e in esso non c'è corrente.

Ciascun elemento di un circuito è rappresentato da un simbolo

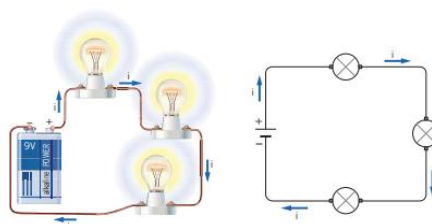
Simboli elettrici	
Generatore di tensione continua	
Lampadina	
Filo di collegamento	
Interruttore aperto	
Interruttore chiuso	



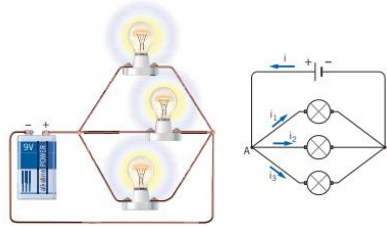
Lampadina collegata a una pila *Schema circuitale corrispondente*

Un **circuito RC** è un circuito elettrico costituito da un generatore di tensione, una resistenza, un condensatore e un interruttore. Quest'ultimo permette di regolare i processi di carica e scarica del condensatore, controllando così la carica sulle armature del condensatore e la corrente che scorre nel circuito.

- Più **conduttori** sono **collegati in serie** se sono posti in successione tra loro. In essi passa la stessa corrente elettrica.



- Più **conduttori** sono **collegati in parallelo** se hanno le prime estremità connesse tra loro e anche i secondi estremi connesi tra loro. Essi sono sottoposti alla stessa differenza di potenziale.



Nell'esempio la differenza di potenziale ai capi di ciascuna lampadina è quella fornita dalla pila e quindi è la stessa.

- La **resistenza** è una grandezza fisica scalare che misura la tendenza di un corpo ad opporsi al passaggio della corrente elettrica, quando sottoposto ad una tensione elettrica. Questa opposizione dipende dal materiale in cui è realizzato, dalle sue dimensioni e dalla sua temperatura. Uno degli effetti del passaggio di corrente in un conduttore è il suo riscaldamento (effetto Joule). Nel S.I. l'ohm (Ω) è l'unità di misura della resistenza.
- L'**induttanza L** è la grandezza che descrive la resistenza di un circuito alle variazioni di corrente.

$$L = \frac{N\Phi(B)}{I}$$

Nel SI l'induttanza L si misura in volt per secondo su ampère (V s/A).

Tale unità di misura prende il nome di henry (H), in onore del fisico americano Joseph Henry. Come si deduce dall'equazione precedente, 1 henry è così definito.

$$1 \text{ H} = 1 \text{ V s/A} = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{A}}$$

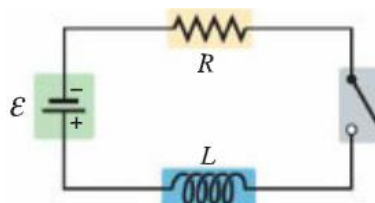
I valori di induttanza più comuni sono dell'ordine del millihenry (mH).

Sostituendo $N\Phi = LI$ nella legge di Faraday ricaviamo la *fem* indotta:

$$|\mathcal{E}| = L \left| \frac{dI}{dt} \right|$$

L'induttanza è la grandezza che descrive quanto è intenso l'effetto dell'autoinduzione, cioè la resistenza del circuito alla variazione di corrente.

- **I circuiti RL**



Il circuito mostrato è detto **circuito RL** è formato da una resistenza R e da una induttanza L in serie con una batteria di forza elettromotrice \mathcal{E} .

Immaginiamo che l'induttore sia ideale, cioè che il filo che forma le sue spire abbia resistenza nulla; in tal caso l'unica resistenza nel circuito è costituita da R. Pertanto, molto tempo dopo perché, la chiusura dell'interruttore la corrente nel circuito è semplicemente $I = \mathcal{E} / R$.

Abbiamo precisato “molto tempo dopo” perché, a causa dell'induttanza e della sua tendenza a resistere alle variazioni di corrente, non è possibile che quest'ultima raggiunga immediatamente il suo valore finale. L'induttanza rallenta il processo e fa sì che la corrente cresca in un intervallo tempo finito, nello stesso modo in cui un condensatore in un circuito RC ha un tempo di carica caratteristico $\tau = RC$.

Il corrispondente tempo caratteristico o **costante di tempo** di un circuito RL è:

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Come è prevedibile, maggiore è l'induttanza, più lungo è il tempo necessario perché la corrente giunga a regime. La corrente, inoltre, tende al suo valore finale \mathcal{E}/R con un andamento esponenziale, proprio come nel caso di un circuito RC. Quando la corrente è stazionaria, l'induttanza si comporta come un filo di resistenza nulla.

Utilizzando il calcolo differenziale si può determinare la relazione che esprime l'andamento della corrente al variare del tempo.

Supponiamo di chiudere l'interruttore al tempo $t = 0$ nel circuito sopra mostrato.

La corrente iniziale è quindi nulla, $I(0) = 0$.

Applicando la legge delle maglie di Kirchhoff al circuito si ottiene:

$$\mathcal{E} - V_R - V_L = 0$$

dove:

V_R è la caduta di potenziale sulla resistenza R, attraversata nel verso della corrente I, pari a RI

V_L è la *fem* autoindotta nell'induttanza L, pari a $L \frac{dI}{dt}$

Sostituendo nella precedente relazione si ottiene l'equazione differenziale:

$$\mathcal{E} - RI - L \frac{dI}{dt} = 0$$

che possiamo scrivere come:

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I - \frac{\mathcal{E}}{R} = 0$$

Possiamo verificare che la soluzione di questa equazione differenziale con la condizione

$I(0) = 0$ è $I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-Rt/L})$. Abbiamo in definitiva che la **corrente in un circuito RL** è

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau})$$

dove $\tau = L/R$ è la costante di tempo del circuito.

Immaginiamo ora di aprire il circuito dopo che la corrente ha raggiunto il valore di regime $\frac{\mathcal{E}}{R}$.

All'istante dell'apertura, $t = 0$, la corrente ha il valore di regime: $I(0) = \frac{\mathcal{E}}{R}$.

Escludendo la *fem* della batteria, la corrente tende rapidamente a zero: la presenza dell'induttanza determina una *fem* autoindotta e di conseguenza una **extracorrente di apertura**. Appliciamo la legge di Kirchhoff per la maglia:

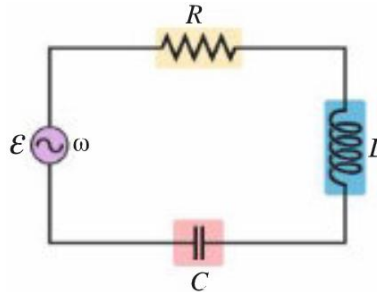
$$RI + L \frac{dI}{dt} = 0$$

La soluzione di questa equazione con la condizione iniziale $I(0) = \frac{\mathcal{E}}{R}$ è $I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-Rt/L}$

Extracorrente di apertura

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/\tau}$$

- I circuiti RLC



In un circuito in cui compaiono tutti e tre gli elementi R, L e C, in particolare, se R, L e C sono collegati in serie, parliamo di circuito RLC.

Applichiamo la legge delle maglie di Kirchhoff al circuito:

$$\varepsilon - V_R - V_L - V_C = 0$$

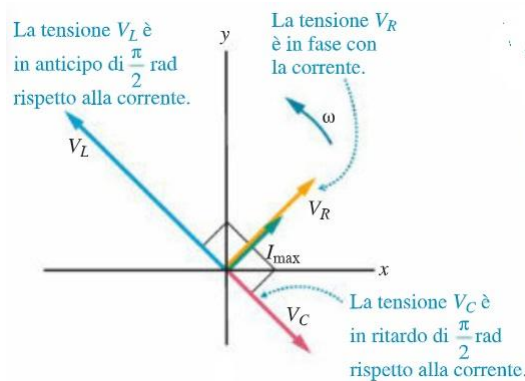
dove:

$$V_R = IR \quad \text{caduta di potenziale sulla resistenza}$$

$$V_L = -L \frac{dI}{dt} \quad \text{caduta di potenziale sull'induttanza}$$

$$V_C = \frac{Q}{C} \quad \text{caduta di potenziale sul condensatore}$$

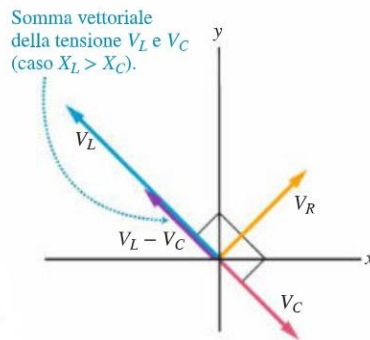
Diagramma dei fasori



Nella figura è riportato il diagramma dei fasori del circuito. Osserviamo che, oltre al fasore della corrente, sono rappresentati tre diversi fasori di tensione, corrispondenti rispettivamente, alla tensione V_R ai capi della resistenza, alla tensione V_L ai capi dell'induttanza e alla tensione V_C ai capi del condensatore.

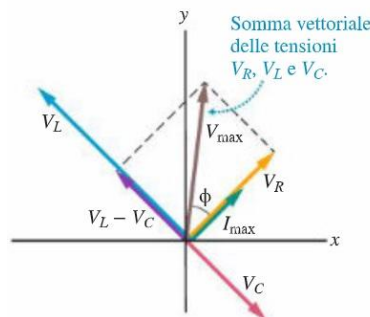
Il diagramma mostra che la tensione ai capi della resistenza è in fase con la corrente, quella ai capi dell'induttanza è in anticipo di un quarto di periodo rispetto alla corrente e quella ai capi del condensatore è in ritardo di un quarto di periodo rispetto alla corrente.

Per determinare la tensione totale nel sistema dobbiamo eseguire la somma vettoriale delle tre tensioni. Possiamo semplificare il calcolo sommando anzitutto le tensioni ai capi dell'induttanza e del condensatore, che puntano in verso opposto lungo la stessa direzione.



La figura mostra la somma vettoriale. Abbiamo assunto che X_L , sia maggiore di X_C : in tal modo la somma delle due tensioni è $I_{\max}X_L - I_{\max}X_C$.

Combinando questo risultato con la tensione sulla resistenza, attraverso il teorema di Pitagora, otteniamo la tensione totale massima.



$$V_{\max}^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2$$

$$V_{\max} = \sqrt{(I_{\max}R)^2 + (I_{\max}X_L - I_{\max}X_C)^2} = I_{\max} \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Il fattore $\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ è una grandezza chiamata **impedenza** del circuito RLC, definita come segue:

Impedenza di un circuito RLC

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Nel SI l'impedenza si misura in **ohm** (Ω).

- **L'impedenza Z** in elettrotecnica è una grandezza fisica che rappresenta l'opposizione di un circuito al passaggio di una corrente elettrica alternata, o più in generale, di una corrente variabile. Essa è pari al rapporto tra la tensione applicata ai capi del circuito e l'intensità della corrente che vi scorre:

$$Z = \frac{V_{eff}}{I_{eff}}$$

L'impedenza in base al circuito in cui viene utilizzata è data da varie formule:

Nel circuito RL: $Z = \sqrt{R^2 + XL^2}$

Nel circuito RC: $Z = \sqrt{R^2 + XC^2}$

Nel circuito RLC: $Z = \sqrt{R^2 + (XL - XC)^2}$

- Nelle tre esperienze da noi condotte i circuiti elettrici sono circuiti in corrente alternata o circuiti CA.

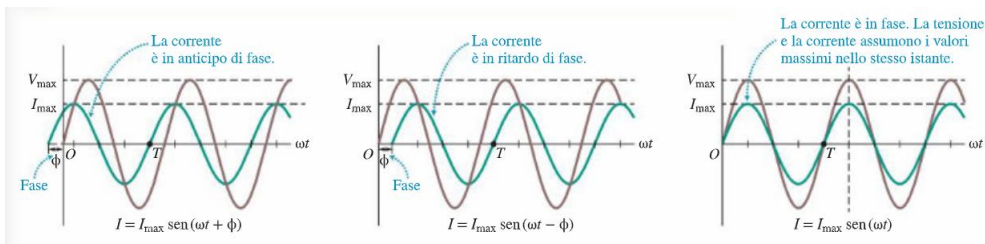
La tensione fornita da un generatore in corrente alternata (CA) può essere descritta matematicamente così:

tensione in un circuito Ca: $V = V_{\max} \sin(\omega t)$

dove V_{\max} è il valore massimo della tensione in un ciclo mentre ω è la frequenza angolare o pulsazione: $\omega = 2\pi f$, dove $f = 50$ Hz (in Europa).

- Valori efficaci di V e I

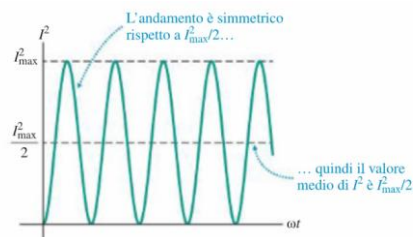
Quando una corrente continua I scorre in un circuito grazie a una differenza di potenziale V, la potenza dissipata è $P = VI$.



Dai grafici della tensione e della corrente in un circuito CA osserviamo che entrambe le grandezze assumono valori positivi e negativi e hanno un valore medio uguale a zero. I valori medi V_m e I_m quindi, ci dicono ben poco sul reale comportamento di V e I in un periodo, perché la potenza dissipata dovrebbe essere nulla. Un tipo di media più utile è il **valore quadratico medio**. Per capire il significato del valore quadratico medio eleviamo al quadrato l'espressione $I = I_{\max} \sin(\omega t)$ ottenendo:

$$I^2 = I_{\max}^2 \sin^2(\omega t)$$

Ovviamente I^2 è sempre positiva e quindi il suo valore medio non può essere zero. Calcoliamo il valore di I^2 ; a tale scopo facciamo riferimento alla figura



che mostra l'andamento di I^2 in funzione del tempo.

Come possiamo vedere, I^2 varia simmetricamente tra 0 e I_{\max}^2 , cioè passa un tempo uguale al di sopra e al di sotto del valore $\frac{1}{2} I_{\max}^2$. Perciò il valore medio di I^2 corrisponde a metà di I_{\max}^2 :

$$(I^2)_m = \frac{1}{2} I_{\max}^2$$

Calcoliamo la radice quadrata di questa media in modo che il risultato finale sia una corrente anziché il quadrato di una corrente. Otteniamo così il **valore quadratico medio della corrente**:

$$I_{qm} = \sqrt{(I^2)_m} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{\max}$$

Analogamente in un circuito CA il **valore quadratico medio della tensione** è:

$$V_{qm} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_{\max}$$

In generale, per qualsiasi grandezza che varia nel tempo con una legge $x = x_{\max} \sin(\omega t)$ o $x = x_{\max} \cos(\omega t)$, vale la seguente relazione tra valore medio, valore massimo e valore quadratico medio della grandezza stessa:

$$(x^2)_m = \frac{1}{2} x_{\max}^2 \rightarrow x_{qm} = \frac{1}{\sqrt{2}} x_{\max}$$

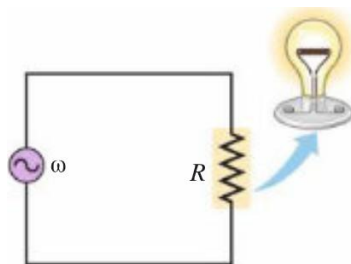
I valori quadratici medi di tensione e corrente sono anche detti **valori efficaci** e indicati con V_{eff} e I_{eff} :

$$V_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_{\max}$$

$$I_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{\max}$$

- **Circuito puramente resistivo**

Consideriamo un circuito contenente un elemento puramente resistivo R e un generatore di corrente alternata che fornisce una forza elettromotrice.



Applichiamo la legge di Kirchhoff al circuito; partendo dal generatore e percorrendo la maglia in senso orario, possiamo scrivere:

$$V - V_R = 0$$

dove $V_R = IR$ è la caduta di potenziale sulla resistenza R e

$$V = V_{\max} \sin(\omega t)$$

la *fem* alternata.

Sostituendo le due espressioni otteniamo:

$$IR = V_{\max} \sin(\omega t)$$

Quindi la corrente che fluisce nella resistenza risulta:

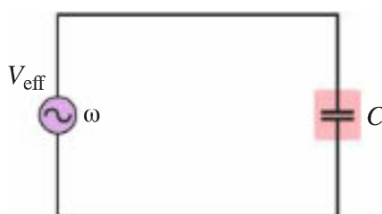
$$I = \frac{V_{\max}}{R} \sin(\omega t)$$

La corrente efficace nel circuito è

$$I_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{eff}}}{R} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{V_{\max}}{R}$$

- **Circuito puramente capacitivo**

Consideriamo un circuito formato da un generatore CA e da un condensatore.



Il generatore fornisce al condensatore una tensione efficace V_{eff} .

Per determinare il valore efficace della corrente che scorre nel circuito in funzione della capacità C del condensatore e della frequenza ω del generatore servono i metodi del calcolo differenziale, ma il risultato finale è molto semplice. Infatti la corrente efficace è:

$$I_{\text{eff}} = \omega C V_{\text{eff}}$$

In analogia con l'espressione $I_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{eff}}}{R}$ valida per le resistenze, è utile riscrivere il risultato ottenuto nella forma seguente:

$$I_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{eff}}}{X_C}$$

In cui la grandezza X_C è detta **reattanza capacitiva**:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

E' immediato dimostrare che l'unità di misura di $X_C = \frac{1}{\omega C}$ è l'ohm (Ω), la stessa unità di misura della resistenza.

In un condensatore la reattanza capacitiva gioca lo stesso ruolo della resistenza di un elemento puramente resistivo. In particolare, per determinare la corrente efficace in una resistenza dividiamo V_{eff} per R , mentre per determinare la corrente efficace in un condensatore dividiamo V_{eff} per X_C .

E' importante notare che in un condensatore la corrente efficace è proporzionale alla capacità C , per qualunque valore della frequenza. Un condensatore con una capacità elevata può immagazzinare e restituire grandi quantità di carica, corrispondenti a correnti elevate.

Ricordiamo infine che le espressioni relative ai valori efficaci, come $I_{\text{eff}} = V_{\text{eff}}/X_C$, valgono anche per i valori massimi, cioè:

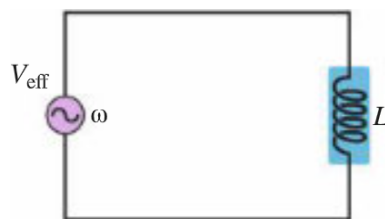
$$I_{\max} = \frac{V_{\max}}{X_C}$$

A differenza della resistenza, la reattanza capacitiva dipende dalla frequenza del generatore. Alle basse frequenze la reattanza capacitiva diventa molto grande e quindi la corrente efficace $I_{\text{eff}} = V_{\text{eff}}/X_C$ è molto bassa. Il caso limite per le basse frequenze è quello in cui il generatore in corrente alternata diventa una batteria in corrente continua e la corrente continua e la corrente del circuito diventa costante. In questo caso sappiamo che il condensatore si carica completamente e a quel punto la corrente non circola più.

Aumentando la frequenza, la reattanza capacitiva diminuisce e la corrente diventa sempre più intensa. Il motivo è che alle alte frequenze la corrente cambia verso così rapidamente che non c'è mai abbastanza tempo per caricare completamente il condensatore. Perciò la carica sul condensatore non è mai molto elevata e la sua resistenza al passaggio delle cariche è praticamente trascurabile.

- Circuito puramente induttivo

Consideriamo un circuito in corrente alternata contenente un'induttanza.



Sappiamo che la tensione efficace ai capi di un condensatore è data da $V_{\text{eff}} = I_{\text{eff}}X_C$, dove $X_C = 1/(\omega C)$ è la reattanza capacitiva.

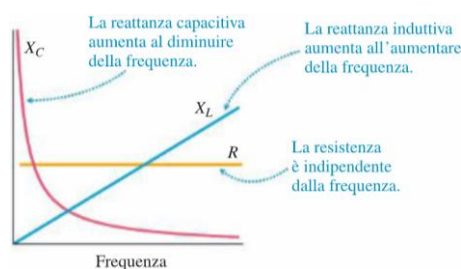
Analogamente, la tensione efficace ai capi di un'induttanza collegata a un generatore CA può essere espressa come $V_{\text{eff}} = I_{\text{eff}}X_L$, introducendo la **reattanza induttiva X_L** .

L'espressione esatta di X_L in funzione della frequenza e dell'induttanza si può ottenere attraverso il calcolo differenziale. Il risultato è il seguente:

$$X_L = \omega L$$

Anche la reattanza induttiva si misura in ohm (Ω).

La figura illustra il confronto tra l'andamento di X_L in funzione della frequenza e quello di X_C ed R .



La corrente efficace in un circuito puramente induttivo è:

$$I_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{eff}}}{X_L} = \frac{V_{\text{eff}}}{\omega L}$$

Osserviamo che X_L , diversamente da X_C , aumenta con la frequenza. Lo si capisce facilmente ricordando che la tensione ai capi di un'induttanza ha un'intensità uguale a $\mathcal{E} = L \frac{dI}{dt}$.

Perciò maggiore è la frequenza, maggiore è la rapidità di variazione della corrente e maggiore è anche la tensione dell'induttanza.